

NOME E COGNOME:

MATRICOLA:

TEMA N.1

III APPELLO DI ISTITUZIONI MATEMATICHE I, 01/09/2016

Esercizio 1 (8 punti) Si consideri, al variare del parametro reale k , il seguente sistema lineare nelle incognite x, y, z :

$$\begin{cases} kx + 2ky + kz = k \\ 2kx + ky + kz = k \\ kx + ky + 2kz = k \end{cases}$$

- Risolvere il sistema al variare di k .
- Determinare, se possibile, un sistema lineare equivalente a quello assegnato per ogni $k \neq 0$.

Esercizio 2 (9 punti) Siano $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x = 0\}$ e $T = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid y + 2z = 1\}$.

- Stabilire se S e T sono sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^3 e, in caso affermativo, determinarne una base.
- Determinare $\langle T \rangle$.
- Determinare il più piccolo sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^3 contenente $S \cap T$.

Esercizio 3 (13 punti) Siano:

$$r : \begin{cases} x + y = 1 \\ x - z = 0 \end{cases} \quad \text{e} \quad s : \begin{cases} 2x + y - z = 1 \\ x + z = 0 \end{cases}$$

- Determinare la posizione reciproca delle rette r ed s ;
- determinare, se possibile, un piano π contenente r ed s ;
- determinare, se possibile, equazioni cartesiane della retta ortogonale al piano π e incidente le rette r ed s ;
- determinare, se possibile, un piano σ avente distanza 1 da π . Il piano σ è unico?
- Calcolare la distanza della retta r dal piano σ .

NOME E COGNOME:

MATRICOLA:

TEMA N.2

III APPELLO DI ISTITUZIONI MATEMATICHE I, 01/09/2016

Esercizio 1 (8 punti) Si consideri, al variare del parametro reale k , il seguente sistema lineare nelle incognite x, y, z :

$$\begin{cases} kx + 3ky + kz = 3k \\ 3kx + ky + kz = 3k \\ kx + ky + 3kz = 3k \end{cases}$$

- Risolvere il sistema al variare di k .
- Determinare, se possibile, un sistema lineare equivalente a quello assegnato per ogni $k \neq 0$.

Esercizio 2 (9 punti) Siano $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x = 1\}$ e $T = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid y + 2z = 0\}$.

- Stabilire se S e T sono sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^3 e, in caso affermativo, determinarne una base.
- Determinare $\langle S \rangle$.
- Determinare il più piccolo sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^3 contenente $S \cap T$.

Esercizio 3 (13 punti) Siano:

$$r : \begin{cases} x + z = 1 \\ x - y = 0 \end{cases} \quad \text{e} \quad s : \begin{cases} 2x - y + z = 1 \\ x + y = 0 \end{cases}$$

- Determinare la posizione reciproca delle rette r ed s ;
- determinare, se possibile, un piano π contenente r ed s ;
- determinare, se possibile, equazioni cartesiane della retta ortogonale al piano π e incidente le rette r ed s ;
- determinare, se possibile, un piano σ avente distanza 1 da π . Il piano σ è unico?
- Calcolare la distanza della retta r dal piano σ .