

NOME E COGNOME:

MATRICOLA:

TEMA N.1

II APPELLO DI ISTITUZIONI MATEMATICHE I - 1/07/2016

Esercizio 1 (8 punti) Si consideri, al variare di $k \in \mathbb{R}$, il seguente sistema lineare:

$$\begin{cases} y + z = k \\ 2x + 3y + 7z = 5 \\ x - 3y - z = -2 \end{cases}$$

- a) Stabilire per quali valori di k il sistema ha soluzioni.
- b) Determinare, quando possibile, le soluzioni del sistema.

Esercizio 2 (13 punti) Si consideri il sottospazio di $\mathbb{R}^3$:

$$S = \langle (1, 0, 1), (1, 1, 1), (0, -2, 0) \rangle.$$

- (1) Determinare una base di S ;
- (2) determinare una base ortonormale di S ;
- (3) determinare la proiezione ortogonale del vettore $v = (1, 0, 0)$ su S ;
- (4) determinare tutti i vettori di $\mathbb{R}^3$ aventi proiezione ortogonale su S uguale a $(2, 2, 2)$;
- (5) detta $p_S : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ la funzione di proiezione ortogonale su S , scrivere la matrice di p_S (rispetto alla base canonica di $\mathbb{R}^3$).

Esercizio 3 (9 punti) Nello spazio euclideo tridimensionale si considerino la retta $r : \begin{cases} x + y - z = 1 \\ x + z = 0 \end{cases}$

ed il piano $\pi : 2x + y = 1$. Determinare:

- (1) la distanza tra r e π ;
- (2) l'equazione cartesiana di un piano contenente la retta r ed il punto $P = (1, 0, 0)$;
- (3) le equazioni del piano ortogonale ad r e passante per P ;
- (4) se possibile, una retta passante per P avente distanza 1 da π .

NOME E COGNOME:

MATRICOLA:

TEMA N.1

II APPELLO DI ISTITUZIONI MATEMATICHE I - 1/07/2016

Esercizio 1 (8 punti) Si consideri, al variare di $k \in \mathbb{R}$, il seguente sistema lineare:

$$\begin{cases} y + z = k \\ 2x + 7y + 3z = 5 \\ x - y - 3z = -2 \end{cases}$$

- a) Stabilire per quali valori di k il sistema ha soluzioni.
- b) Determinare, quando possibile, le soluzioni del sistema.

Esercizio 2 (13 punti) Si consideri il sottospazio di $\mathbb{R}^3$:

$$S = \langle (1, 1, 0), (1, 1, 1), (0, 0, -3) \rangle.$$

- (1) Determinare una base di S ;
- (2) determinare una base ortonormale di S ;
- (3) determinare la proiezione ortogonale del vettore $v = (0, 1, 0)$ su S ;
- (4) determinare tutti i vettori di $\mathbb{R}^3$ aventi proiezione ortogonale su S uguale a $(-1, -1, -1)$;
- (5) detta $p_S : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ la funzione di proiezione ortogonale su S , scrivere la matrice di p_S (rispetto alla base canonica di $\mathbb{R}^3$).

Esercizio 3 (9 punti) Nello spazio euclideo tridimensionale si considerino la retta $r : \begin{cases} 2x - y - z = 2 \\ x + y = 0 \end{cases}$ ed il piano $\pi : 3x - z = 2$. Determinare:

- (1) la distanza tra r e π ;
- (2) l'equazione cartesiana di un piano contenente la retta r ed il punto $P = (1, 0, 0)$;
- (3) le equazioni del piano ortogonale ad r e passante per P ;
- (4) se possibile, una retta passante per P avente distanza 1 da π .