NOME E COGNOME:

MATRICOLA:

TEMA N.1

PROVA SCRITTA DI ISTITUZIONI MATEMATICHE I, 27/05/2016

Esercizio 1 (17 punti) Nello spazio euclideo tridimensionale si considerino il punto $P = (1,1,0)$ e le rette:

$$r : \begin{cases} x - y = 0 \\ x - y + z = 1 \end{cases} \qquad s : \begin{cases} x - y = 1 \\ y - z = 0 \end{cases}$$

(1) Stabilire la posizione reciproca delle rette r ed s;
(2) calcolare la distanza tra le rette r e s;
(3) calcolare la distanza del punto P dalla retta s;
(4) determinare, se possibile, una retta ortogonale alle rette r ed s e incidente entrambe le rette;
(5) determinare il piano parallelo alle rette r ed s e passante per il punto P;
(6) determinare equazioni cartesiane di una retta parallela alla retta r passante per il punto P.

Esercizio 2 (14 punti) Si consideri la funzione lineare $f_A : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ associata alla matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}.$$

(1) Determinare una base di $\ker f_A$ ed una base di Imf_A;
(2) stabilire se f_A è invertibile;
(3) calcolare la controimmagine del vettore $(1,2,3)$ mediante f_A;
(4) determinare una base del sottospazio $(Imf_A)^{\perp}$;
(5) calcolare la proiezione ortogonale del vettore $(1,1,1)$ su Imf_A;
(6) stabilire se f_A è la proiezione ortogonale sul sottospazio $\langle(1,2,3)\rangle$.

NOME E COGNOME:

MATRICOLA:

TEMA N.2

PROVA SCRITTA DI ISTITUZIONI MATEMATICHE I, 27/05/2016

Esercizio 1 (17 punti) Nello spazio euclideo tridimensionale si considerino il punto $P = (0,1,1)$ e le rette:

$$r : \begin{cases} z - y = 0 \\ x - y + z = 1 \end{cases} \qquad s : \begin{cases} z - y = 1 \\ y - x = 0 \end{cases}$$

(1) Stabilire la posizione reciproca delle rette r ed s;
(2) calcolare la distanza tra le rette r e s;
(3) calcolare la distanza del punto P dalla retta r;
(4) determinare, se possibile, una retta ortogonale alle rette r ed s e incidente entrambe le rette;
(5) determinare il piano parallelo alle rette r ed s e passante per il punto P;
(6) determinare equazioni cartesiane di una retta parallela alla retta r passante per il punto P.

Esercizio 2 (14 punti) Si consideri la funzione lineare $f_A : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ associata alla matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

(1) Determinare una base di $\ker f_A$ ed una base di Imf_A;
(2) stabilire se f_A è invertibile;
(3) calcolare la controimmagine del vettore $(1,-1,0)$ mediante f_A;
(4) determinare una base del sottospazio $(Imf_A)^{\perp}$;
(5) calcolare la proiezione ortogonale del vettore $(1,2,1)$ su Imf_A;
(6) stabilire se f_A è la proiezione ortogonale sul sottospazio $\langle(1,-1,0)\rangle$.

NOME E COGNOME:

MATRICOLA:

TEMA N.3

PROVA SCRITTA DI ISTITUZIONI MATEMATICHE I, 27/05/2016

Esercizio 1 (17 punti) Nello spazio euclideo tridimensionale si considerino il punto $P = (2,1,0)$ e le rette:

$$r : \begin{cases} x - y = 0 \\ x - y + z = 1 \end{cases} \qquad s : \begin{cases} x - y = 1 \\ x - z = 0 \end{cases}$$

(1) Stabilire la posizione reciproca delle rette r ed s;
(2) calcolare la distanza tra le rette r e s;
(3) calcolare la distanza del punto P dalla retta s;
(4) determinare, se possibile, una retta ortogonale alle rette r ed s e incidente entrambe le rette;
(5) determinare il piano parallelo alle rette r ed s e passante per il punto P;
(6) determinare equazioni cartesiane di una retta parallela alla retta r passante per il punto P.

Esercizio 2 (14 punti) Si consideri la funzione lineare $f_A : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ associata alla matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

(1) Determinare una base di $\ker f_A$ ed una base di Imf_A;
(2) stabilire se f_A è invertibile;
(3) calcolare la controimmagine del vettore $(1,0,1)$ mediante f_A;
(4) determinare una base del sottospazio $(Imf_A)^{\perp}$;
(5) calcolare la proiezione ortogonale del vettore $(2,1,0)$ su Imf_A;
(6) stabilire se f_A è la proiezione ortogonale sul sottospazio $\langle (1,0,1) \rangle$.