

NOME E COGNOME:

MATRICOLA:

TEMA N.1

IV APPELLO DI ISTITUZIONI MATEMATICHE I, 12/09/2016

Esercizio 1 (10 punti) Si consideri, al variare del parametro reale k , il seguente sistema lineare nelle incognite x, y, z :

$$\begin{cases} x + y + kz = 1 \\ kx + y + z = k^2 \\ x + ky + z = k \end{cases}$$

Stabilire per quali valori di k il sistema ha soluzioni e, quando possibile, determinarle.

Esercizio 2 (9 punti) Si consideri il sottospazio vettoriale V di \mathbb{R}^3 :

$$V = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid 3x - y + z = 0, y + z = 0\}.$$

- Determinare una base di V .
- Determinare una base di V^\perp .
- Determinare la proiezione ortogonale del vettore $v = (1, 1, 1)$ su V .

Esercizio 3 (12 punti) Nello spazio euclideo tridimensionale si considerino le rette

$$s_\alpha : \begin{cases} \alpha x - y - (3\alpha + 2)z = 0 \\ x + \alpha y = 0 \end{cases}, \quad r : \begin{cases} 2x - z = -1 \\ 2y - z = -5 \end{cases}$$

al variare di α in \mathbb{R} .

- Stabilire per quali valori di α le rette s_α ed r sono parallele.
- Per i valori trovati in a) calcolare la distanza tra s_α e r e determinare il punto di r che ha distanza minima da $O = (0, 0, 0)$.
- Sia $A = (0, -2, 1)$. Determinare due punti B e C del piano $\pi : 5x - y - 2z = 0$ tali che il quadrilatero di vertici O, A, B, C sia un quadrato contenuto in π .