NOME E COGNOME:

MATRICOLA:

TEMA N.1

I APPELLO DI ISTITUZIONI MATEMATICHE I - 10/06/2016

Esercizio 1 (8 punti) Si consideri, al variare di $k \in \mathbb{R}$, il seguente sistema lineare:

$$\begin{cases} z - y = 2 \\ x + 3y - z = 1 \\ 2z - kx = 4 - 3k \end{cases}$$

a) Stabilire per quali valori di k il sistema ha soluzioni.
b) Determinare, quando possibile, le soluzioni del sistema.

Esercizio 2 (14 punti) Si considerino i vettori di $\mathbb{R}^3$:

$$v_1 = (-1, 0, 2k), \qquad v_2 = (1, k, k), \qquad v_3 = (0, k, 1)$$

al variare di $k \in \mathbb{R}$, e sia $T_k = \langle v_1, v_2, v_3 \rangle$.

(1) Si determini una base di T_k al variare di $k \in \mathbb{R}$;
(2) si dica per quali valori di k il vettore $(2, k, -k)$ appartiene a T_k;
(3) si determini una base di $T_k^\perp$ per ogni $k \in \mathbb{R}$;
(4) posto $k = 0$, si calcoli la proiezione ortogonale del vettore $(2, 1, 1)$ su T_0;
(5) posto $k = 0$, si consideri l'applicazione lineare $F : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ definita da:

$$F(1, 0, 0) = v_1; \quad F(0, 1, 0) = v_2; \quad F(0, 0, 1) = v_3.$$

Si determinino una base di $\ker F$ ed una base di ImF. La funzione F è iniettiva?

Esercizio 3 (9 punti) Nello spazio euclideo tridimensionale si considerino il piano $\pi : x + 2y - 2z + 1 = 0$, il punto $A = (-1, 1, 1)$ di π e il punto $O = (0, 0, 0)$:

(1) si determinino equazioni cartesiane della retta r passante per A e ortogonale al piano π;
(2) si determinino i punti P_1, P_2 della retta r aventi distanza 3 da π;
(3) si calcoli l'area del parallelogramma avente come tre dei suoi vertici i punti O, P_1, P_2.

NOME E COGNOME:

MATRICOLA:

TEMA N.2

I APPELLO DI ISTITUZIONI MATEMATICHE I - 10/06/2016

Esercizio 1 (8 punti) Si consideri, al variare di $k \in \mathbb{R}$, il seguente sistema lineare:

$$\begin{cases} x - y = 2 \\ -x + 3y + z = 1 \\ 2x - kz = 4 - 3k \end{cases}$$

a) Stabilire per quali valori di k il sistema ha soluzioni.
b) Determinare, quando possibile, le soluzioni del sistema.

Esercizio 2 (14 punti) Si considerino i vettori di $\mathbb{R}^3$:

$$v_1 = (-1, 2k, 0), \quad v_2 = (1, k, k), \quad v_3 = (0, 1, k)$$

al variare di $k \in \mathbb{R}$, e sia $T_k = \langle v_1, v_2, v_3 \rangle$.

(1) Si determini una base di T_k al variare di $k \in \mathbb{R}$;
(2) si dica per quali valori di k il vettore $(2, -k, k)$ appartiene a T_k;
(3) si determini una base di $T_k^{\perp}$ per ogni $k \in \mathbb{R}$;
(4) posto $k = 0$, si calcoli la proiezione ortogonale del vettore $(2, 1, 1)$ su T_0;
(5) posto $k = 0$, si consideri l'applicazione lineare $F : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ definita da:

$$F(1, 0, 0) = v_1; \quad F(0, 1, 0) = v_2; \quad F(0, 0, 1) = v_3.$$

Si determinino una base di $\ker F$ ed una base di ImF. La funzione F è iniettiva?

Esercizio 3 Nello spazio euclideo tridimensionale si considerino il piano $\pi : x + 2y + 2z - 1 = 0$, il punto $A = (1, 1, -1)$ di π e il punto $O = (0, 0, 0)$:

(1) si determinino equazioni cartesiane della retta r passante per A e ortogonale al piano π;
(2) si determinino i punti P_1, P_2 della retta r aventi distanza 3 da π;
(3) si calcoli l'area del parallelogramma avente come tre dei suoi vertici i punti O, P_1, P_2.

NOME E COGNOME:

MATRICOLA:

TEMA N.3

I APPELLO DI ISTITUZIONI MATEMATICHE I - 10/06/2016

Esercizio 1 (8 punti) Si consideri, al variare di $k \in \mathbb{R}$, il seguente sistema lineare:

$$\begin{cases} z - y = -2 \\ x + 3z - y = 1 \\ 2y - kx = 4 - 3k \end{cases}$$

a) Stabilire per quali valori di k il sistema ha soluzioni.
b) Determinare, quando possibile, le soluzioni del sistema.

Esercizio 2 (14 punti) Si considerino i vettori di $\mathbb{R}^3$:

$$v_1 = (-1, 0, -2k), \quad v_2 = (1, -k, -k), \quad v_3 = (0, -k, 1)$$

al variare di $k \in \mathbb{R}$, e sia $T_k = \langle v_1, v_2, v_3 \rangle$.

(1) Si determini una base di T_k al variare di $k \in \mathbb{R}$;
(2) si dica per quali valori di k il vettore $(2, -k, k)$ appartiene a T_k;
(3) si determini una base di $T_k^\perp$ per ogni $k \in \mathbb{R}$;
(4) posto $k = 0$, si calcoli la proiezione ortogonale del vettore $(2, 1, 1)$ su T_0;
(5) posto $k = 0$, si consideri l'applicazione lineare $F : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ definita da:

$$F(1, 0, 0) = v_1; \quad F(0, 1, 0) = v_2; \quad F(0, 0, 1) = v_3.$$

Si determinino una base di $\ker F$ ed una base di ImF. La funzione F è iniettiva?

Esercizio 3 Nello spazio euclideo tridimensionale si considerino il piano $\pi : x - 2y + 2z - 1 = 0$, il punto $A = (1, 1, 1)$ di π e il punto $O = (0, 0, 0)$:

(1) si determinino equazioni cartesiane della retta r passante per A e ortogonale al piano π;
(2) si determinino i punti P_1, P_2 della retta r aventi distanza 3 da π;
(3) si calcoli l'area del parallelogramma avente come tre dei suoi vertici i punti O, P_1, P_2.

NOME E COGNOME:

MATRICOLA:

TEMA N.4

I APPELLO DI ISTITUZIONI MATEMATICHE I - 10/06/2016

Esercizio 1 (8 punti) Si consideri, al variare di $k \in \mathbb{R}$, il seguente sistema lineare:

$$\begin{cases} x - y = 2 \\ 2y + z = 3 \\ 2x + kz = 4 + 3k \end{cases}$$

a) Stabilire per quali valori di k il sistema ha soluzioni.
b) Determinare, quando possibile, le soluzioni del sistema.

Esercizio 2 (14 punti) Si considerino i vettori di $\mathbb{R}^3$:

$$v_1 = (1, 2k, 0), \qquad v_2 = (-1, k, k), \qquad v_3 = (0, -1, k)$$

al variare di $k \in \mathbb{R}$, e sia $T_k = \langle v_1, v_2, v_3 \rangle$.

(1) Si determini una base di T_k al variare di $k \in \mathbb{R}$;
(2) si dica per quali valori di k il vettore $(-2, -k, k)$ appartiene a T_k;
(3) si determini una base di $T_k^{\perp}$ per ogni $k \in \mathbb{R}$;
(4) posto $k = 0$, si calcoli la proiezione ortogonale del vettore $(2, 1, 1)$ su T_0;
(5) posto $k = 0$, si consideri l'applicazione lineare $F : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ definita da:

$$F(1, 0, 0) = v_1; \quad F(0, 1, 0) = v_2; \quad F(0, 0, 1) = v_3.$$

Si determinino una base di $\ker F$ ed una base di ImF. La funzione F è iniettiva?

Esercizio 3 Nello spazio euclideo tridimensionale si considerino il piano $\pi : -2x + y + 2z - 1 = 0$, il punto $A = (1, 1, 1)$ di π e il punto $O = (0, 0, 0)$:

(1) si determinino equazioni cartesiane della retta r passante per A e ortogonale al piano π;
(2) si determinino i punti P_1, P_2 della retta r aventi distanza 3 da π;
(3) si calcoli l'area del parallelogramma avente come tre dei suoi vertici i punti O, P_1, P_2.