

**Foglio di esercizi numero 5**  
Corso di Istituzioni di Matematiche I  
Corso di Laurea a ciclo unico in Architettura

**Esercizio 1.** Nello spazio euclideo tridimensionale si considerino i punti  $A = (1, 1, 1)$ ,  $B = (1, -1, 1)$ ,  $C = (-1, -1, -1)$ ,  $D = (-1, 1, -1)$ .

1. Verificare che i punti  $A, B, C, D$  sono complanari e scrivere un'equazione cartesiana del piano  $\pi$  che li contiene.
2. Verificare che i punti  $A, B, C, D$  sono i vertici di un rettangolo  $R$  e calcolare l'area di  $R$ .

**Esercizio 2.** Nello spazio euclideo tridimensionale si considerino i punti  $A = (1, 1, 0)$ ,  $B = (\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$ ,  $O = (0, 0, 0)$ .

1. Verificare che  $\|A - O\| = \|B - O\| = \|B - A\|$ .
2. Calcolare l'area del triangolo equilatero di vertici  $O, A$  e  $B$ .

**Esercizio 3.** Determinare, se possibile, equazioni cartesiane di una retta  $t$  parallela al vettore  $v = (-1, 2, 0)$  e incidente le due rette

$$r : \begin{cases} 2x + y + z = 0 \\ x + y + 2z = 0 \end{cases} \quad s : \begin{cases} x + y + z = 0 \\ 2x - y = 1 \end{cases}$$

**Esercizio 4.** Determinare equazioni cartesiane e parametriche della retta  $r$  passante per il punto  $P = (1, 1, 1)$  e ortogonale e incidente la retta

$$s : \begin{cases} x - y - z = 1 \\ 2x - y + z = 1 \end{cases}$$

**Esercizio 5.** Nello spazio euclideo tridimensionale si considerino le rette

$$r : \begin{cases} x - y + z = 0 \\ 2x + 4y - z = 6 \end{cases} \quad s_\beta : \begin{cases} 2x + z = 2\beta + 12 \\ 2y - \beta z = 2 \end{cases}$$

1. Determinare la distanza tra la retta  $r$  e il punto  $P = (0, 1, 1)$ .
2. Stabilire per quali valori del parametro  $\beta \in \mathbb{R}$  le due rette  $r$  e  $s_\beta$  sono sghembe.

3. Per  $\beta = 0$ , determinare, se esiste, una retta perpendicolare e incidente entrambe le rette  $r$  e  $s_0$ .
4. Determinare i valori  $\bar{\beta}$  del parametro per cui  $r$  e  $s_{\bar{\beta}}$  sono perpendicolari.

**Esercizio 6.** Nello spazio euclideo tridimensionale siano dati il punto  $A = (1, 1, 1)$ , il piano  $\pi : x + y + 2z = 0$  e il vettore  $v = (0, 1, 1)$ . Si determini la retta  $r$  che passa per  $A$ , parallela a  $\pi$  ed ortogonale a  $v$ . Per ciascun punto  $P$  dell'asse delle  $x$  si calcoli la distanza  $\delta$  di  $P$  da  $r$ . Esistono punti dell'asse delle  $x$  che hanno distanza  $\delta = 2\sqrt{\frac{2}{3}}$  da  $r$ ? Quali? Vi sono punti dell'asse delle  $x$  che hanno distanza da  $r$  minore di  $\sqrt{2}$ ?