

Prova scritta di Istituzioni di Matematica I - 2 Settembre 2009
Corso di Laurea in Scienze Ambientali - Ravenna

1. Calcolare, se esiste, il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x \sin t^2 dt}{x^2 e^x}$$

2. Dopo aver determinato il dominio della funzione

$$f(x) = \ln \frac{x+4}{x^2+4}$$

trovarne eventuali massimi e minimi relativi ed assoluti.

3. Valutare se il seguente integrale è convergente:

$$\int_0^{\infty} \frac{1}{x^2+x+1} dx$$

4. Determinare autovalori ed autospazi della matrice

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}.$$

Per quali valori di $\alpha \in \mathbb{R}$, il vettore $\mathbf{x}^T = [2, \alpha]$ è un autovettore di A ?

5. Determinare tutte le soluzioni complesse dell'equazione

$$(z+1)^4 = \frac{2i(1-i)^2}{1+i}.$$

6. a) Determinare la retta r passante per $P_1 = (1, 1, 1)$ e con vettore direzione $\mathbf{v}^T = [2, 1, 1]$; b) Determinare quindi la retta s passante per P_1 e $P_2 = (2, 2, 3)$; c) Determinare il piano π_1 generato da r ed s ; d) Determinare il piano π_2 parallelo a π_1 e passante per $P_3 = (0, 0, -2)$.