

Prova scritta di Istituzioni di Matematica I - 3 Luglio 2012
Corso di Laurea in Scienze Ambientali - Ravenna

1. Dopo aver determinato il dominio A della funzione

$$f : A \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = \frac{e^{x^2-1}}{x^2-1},$$

trovarne eventuali massimi e minimi relativi ed assoluti.

2. Calcolare, se esiste, il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan^2 x}{x^3 - x^2}$$

3. Studiare la convergenza del seguente integrale:

$$\int_0^{\pi/4} \frac{(\sin(x))^2}{\sin(2x)} dx$$

4. Determinare tutte le possibili soluzioni del sistema lineare

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 2 & 3 & -2 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

5. Determinare la retta r passante per $P = (1, 1, 3)$ ed ortogonale al piano π di equazione $2x - 3y + z = 2$. Determinare quindi la distanza di $Q = (3, -1, 1)$ dalla retta r e dal piano π .

6. i) Determinare tutte le soluzioni complesse z della seguente equazione

$$(-iz)^3 = \frac{(i+1)^2}{i-1}.$$

ii) Riportare sul piano complesso tali soluzioni. iii) Verificare se la seguente disuguaglianza è vera: $|2 + \frac{1}{1+i}| > \frac{3}{2}$