

**Prova scritta di Istituzioni di Matematica I - 3 Settembre 2012**  
**Corso di Laurea in Scienze Ambientali - Ravenna**

1. Dopo aver determinato il dominio  $A$  della funzione

$$f : A \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = \ln \left( \frac{x(1-x)}{1+x^2} \right),$$

trovarne eventuali massimi e minimi relativi ed assoluti.

2. Calcolare, se esiste, il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x \frac{t^2}{1-\sin^2 t} dt}{\tan x}$$

3. Calcolare, se esiste, il seguente integrale generalizzato:

$$\int_0^\infty \frac{\sin(x)}{\exp(\cos(x))} dx$$

4. Determinare tutte le possibili soluzioni del sistema lineare

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 2 & 3 & -2 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

5. Determinare la retta  $r$  passante per  $P = (1, -1, 2)$  ed ortogonale al piano  $\pi$  di equazione  $2x + 2y - z = 2$ . Determinare quindi la distanza di  $Q = (2, -1, 0)$  dalla retta  $r$  e dal piano  $\pi$ .

6. i) Determinare tutte le soluzioni complesse  $z$  della seguente equazione

$$(iz)^3 = \frac{(i+1)^2}{1-i}.$$

- ii) Riportare sul piano complesso tali soluzioni. iii) Verificare se la seguente disuguaglianza è vera:  $|2 + \frac{1}{1+i}| > \frac{3}{2}$