

Prova scritta di Istituzioni di Matematica I - 6 Luglio 2009
Corso di Laurea in Scienze Ambientali - Ravenna

1. Dopo aver determinato il dominio di definizione della funzione

$$f(x) = \ln \frac{1 - x^2}{1 + x^2}$$

determinarne gli estremi relativi e assoluti. Studiare infine la convessità della funzione.

2. Calcolare, se esiste, il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cos(x) - \sin(x)}{x^3 e^x}$$

3. Calcolare il seguente integrale

$$\int_4^5 \frac{x - 1/2}{x^2 - x + 2} dx$$

4. Determinare, se esistono, tutte le possibili soluzioni del sistema lineare

$$\mathbf{Ax} = \mathbf{b}, \quad \text{con} \quad \mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \\ -2 & 4 & 2 & 2 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

5. Determinare tutte le soluzioni complesse z della seguente equazione

$$z^4 = i(1 - i)$$

6. Determinare l'equazione cartesiana del piano π per $P = (2, 0, 1)$ e perpendicolare a $\mathbf{v} = (-1, 1, 1)$, e quelle della retta r passante per $Q_1 = (0, 1, 0)$ e $Q_2 = (1, -2, 1)$. Determinare quindi $H = \pi \cap r$ e la distanza $d(H, Q_2)$.