Prova scritta di Istituzioni di Matematica I
7 Giugno 2018
Corso di Laurea in Scienze Ambientali - Ravenna

NOME: COGNOME: N.MATR.:

1. Dopo aver determinato il dominio A della funzione $f : A \to \mathbb{R}$, $f(x) = e^{-(x^2)}\sqrt{x^2-1}$, trovarne eventuali massimi e minimi relativi ed assoluti.

   Risposte:

   Dominio: $A = ...$

   Derivata: $f'(x) = ...$

   Eventuali punti critici: ....

   Eventuali punti di massimo e minimo relativo: ....

   Eventuali punti di massimo e minimo assoluto: ....

2. Calcolare, se esiste, il seguente limite: $\ell = \lim_{x\to 0^+} \dfrac{\tan(x)}{\sqrt{x^2-2x^3}}$.

   Risposta: $\ell = ...$

3. Calcolare, se esiste, il seguente integrale: $I = \displaystyle\int_{-1}^{1} \frac{|x|}{3+x^2}\,\mathrm{d}x$

   Risposta: $I = ...$

4. Determinare $\alpha \in \mathbb{R}$ in modo che il sistema lineare omogeno $A\mathbf{x} = 0$ con

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & \alpha \\ 1 & 0 & 2 \\ 2 & 2 & 0 \end{pmatrix},$$

   abbia soluzioni non banali. Trovare quindi tutte tali soluzioni.

   Risposta:

   Valore di $\alpha = ...$ Soluzioni del sistema: $\mathbf{x} = ...$

5. Determinare la distanza tra $P = (2, 0, -4)$ ed il piano π di equazione $x-2y+z+3 = 0$. Determinare quindi la retta r passante per P e per $Q = (4, 1, 0) \in \pi$. Infine, determinare la retta s per Q e perpendicolare a π.

   Risposte:

Distanza: .... Retta r: ....

Retta s: ....

6. i) Determinare tutte le soluzioni complesse z della seguente equazione

$$\left(\frac{1}{i}z\right)^4 = \frac{(i+1)^2}{(i-1)^3}.$$

ii) Riportare sul piano complesso tali soluzioni. iii) Verificare se la seguente disuguaglianza è vera: $\left|\frac{2-3i}{(i)^2} + \frac{2+i}{2i-1}\right| > \frac{3}{2}$.

Risposte:

Soluzioni: ....

Disuguaglianza: ....

Grafico: ....

Prova scritta di Istituzioni di Matematica I - 7 Giugno 2018
Corso di Laurea in Scienze Ambientali - Ravenna
Domande di Teoria

NOME: COGNOME: N.MATR.:

1. Sia $f : A \to \mathbb{R}$, $f(x) = \sin(x)\cos(x)$. Quale di queste informazioni è corretta?

   ☐ La funzione f non è definita per $x = 0$

   ☐ La funzione f è continua su tutto il suo dominio.

   ☐ La funzione f ha un punto di discontinuità in $x = 0$.

2. Siano $A = \{x \in \mathbb{R},\ 0 < x \leq 3\}$ e $B =]2, 4]$. Allora

   ☐ $A \cap B = \{2, 3\}$

   ☐ $A \cap B = A \setminus]2, 3]$

   ☐ $A \cap B =]2, 3]$

3. Siano $u^T = [1, -2, 1]$, $v^T = [-3, 1, -1]$. Il loro prodotto scalare è dato da

   ☐ $\langle u, v\rangle = -6$

   ☐ $\langle u, v\rangle = 6$

   ☐ $\langle u, v\rangle = 0$

4. Sia r: $\{P \in \mathbb{R}^3 \,:\, P = P_0 + t\mathbf{v},\ t \in \mathbb{R}\}$ con $P_0 = (0, -1, 1)$ e $\mathbf{v}^T = [3, -3, 6]$, e sia $\pi : x - y + 2z + 1 = 0$. Quale di queste affermazioni è vera?

   ☐ r appartiene al piano π

   ☐ r giace su un piano parallelo a π

   ☐ r è ortogonale al piano π

5. È data la funzione $f(x) = \frac{1}{(x+1)^2}$. Allora una sua primitiva è data da:

   ☐ $F(x) = -\frac{1}{(x+1)}$

   ☐ $F(x) = \log(x + 1)$

   ☐ $F(x) = -\frac{3}{(x+1)^3}$