

Prova scritta di Istituzioni di Matematica I - 9 Dicembre 2009
Corso di Laurea in Scienze Ambientali - Ravenna

1. Dopo aver determinato il dominio della funzione

$$f(x) = \frac{(x-2)^2}{x^2-9}$$

trovarne eventuali massimi e minimi relativi ed assoluti.

2. Calcolare, se esiste, il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctan(x)}{\tan x}$$

3. Calcolare, se esiste, il seguente integrale

$$\int_{-\pi/4}^{\pi/4} x \sin(|x|) \, dx$$

4. Dato il sistema omogeneo

$$\begin{pmatrix} \alpha & 0 & 1 \\ 2 & 3 & -2 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

determinare α in modo che il sistema ammetta soluzioni oltre a quella banale.
Per tale valore di α determinare quindi tutte le soluzioni.

5. Determinare la retta r di $\mathbb{R}^3$ passante per $P = (1, 1, 0)$ e parallela al vettore $\underline{v}^T = (1, -1, 0)$. Determinare quindi il piano ortogonale ad r e passante per P . Trovare infine i punti di r che distano 2 dal piano.

6. Determinare tutte le soluzioni complesse z della seguente equazione

$$(z-1)^3 = \frac{2i(1+i)^2}{1-i}$$