Prova scritta di Istituzioni di Matematica I - 12 Giugno 2017
Corso di Laurea in Scienze Ambientali - Ravenna

1. Determinare il dominio naturale ed eventuali punti estremanti relativi ed assoluti della funzione
$$f\,:\,D \to \mathbb{R}, \quad f(x) = \ln\left(\frac{x^2-1}{x^2+1}\right).$$
Studiare inoltre la convessità e concavità della funzione su D.

2. Calcolare, se esiste, il seguente limite
$$\lim_{x\to 1} \frac{e^{x^2-1}-1}{x^2-1}$$

3. Calcolare, se esiste, il seguente integrale
$$\int_3^4 (x^2-1)\ln(x+1)dx$$

4. Determinare tutte le possibili soluzioni del seguente sistema lineare
$$Ax = b, \quad \text{con } A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 & -1 \\ 0 & 2 & 0 & -3 \\ -2 & 1 & 4 & 2 \\ 0 & 5 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

5. Dati i punti $A = (0,2,3), B = (-1,1,1), C = (2,1,2)$, determinare l'equazione cartesiana e parametrica del piano passante per questi tre punti. Determinare quindi la retta r ortogonale al piano e passante per A. Determinare infine la retta s ortogonale al piano e passante per B.

6. Determinare tutte le soluzioni complesse z della seguente equazione
$$(z - \frac{1}{3}i)^4 = \frac{1}{2}(i-1)(1+i)^2$$
Localizzare le soluzioni sul piano complesso.
Verificare se la seguente disuguaglianza è vera: $|-\frac{1}{i-1} + \frac{2+i}{i-1}| > |1-i|$.

Prova scritta di Istituzioni di Matematica I - 12 Giugno 2017
Corso di Laurea in Scienze Ambientali - Ravenna
Domande di Teoria

NOME: COGNOME: N.MATR.:

1. È dato il numero complesso $z = 2e^{\frac{5}{3}\pi i}$. Quale di queste affermazioni è vera?

   ☐ $\bar{z} = \frac{1}{2}e^{\frac{5}{3}\pi i}$

   ☐ $\bar{z} = 2e^{-\frac{5}{3}\pi i}$

   ☐ $\bar{z} = \frac{1}{2}e^{\frac{3}{4}\pi i}$

2. Siano $f, F : [a,b] \to \mathbb{R}$. Sotto le opportune condizioni, quale di queste affermazioni è corretta?

   ☐ F è una primitiva di f se $f(x) = F(x)$ per $x \in [a,b]$.

   ☐ F è una primitiva di f se $f'(x) = F(x)$ per $x \in [a,b]$.

   ☐ F è una primitiva di f se $F'(x) = f(x)$ per $x \in [a,b]$.

3. Sono dati i vettori $\mathbf{v} = \begin{bmatrix} 3 \\ -3 \\ 6 \end{bmatrix}, \mathbf{w} = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^3$. Allora il loro prodotto scalare è dato da

   ☐ $\langle \mathbf{v}, \mathbf{w} \rangle = 0$

   ☐ $\langle \mathbf{v}, \mathbf{w} \rangle = 12$

   ☐ $\langle \mathbf{v}, \mathbf{w} \rangle = [2, -2, 7]$

4. La derivata di $f(x) = \sqrt{x^2 + x}$ è data da

   ☐ $f'(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2+x}}$

   ☐ $f'(x) = \frac{2x+1}{2\sqrt{x^2+x}}$

   ☐ $f'(x) = \frac{2x+1}{2(x^2+x)}$

5. Siano $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ e $B = \{x \in \mathbb{R} : x < 3\}$. Allora

   ☐ $A \cap B = \{x \in \mathbb{R} : 1 \leq x \leq 2\}$

   ☐ $A \cap B = \emptyset$

   ☐ $A \cap B = \{1, 2\}$