

Prova scritta di Istituzioni di Matematica I
13 Febbraio 2018
Corso di Laurea in Scienze Ambientali - Ravenna

NOME:

COGNOME:

N.MATR.:

1. Dopo aver determinato il dominio A della funzione $f : A \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{e^{-x}}{x^2-1}$, trovarne eventuali massimi e minimi relativi ed assoluti.

Risposte:

Dominio: $A = \dots$

Derivata: $f'(x) = \dots$

Eventuali punti di massimo e minimo relativo: \dots

Eventuali punti di massimo e minimo assoluto: \dots

2. Calcolare, se esiste, il seguente limite: $\ell = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan^2(x)}{x^2 - 2x}$.

Risposta: $\ell = \dots$

3. Calcolare, se esiste, il seguente integrale: $I = \int_{-2}^2 \left| \frac{x+1}{4+x^2} \right| dx$

Risposta: $I = \dots$

4. Determinare la soluzione del sistema lineare $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ con

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & 2 & 0 \\ 3 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

mediante il metodo di eliminazione di Gauss.

Risposta:

Soluzioni del sistema: $\mathbf{x} = \dots$

5. Determinare la distanza tra $P = (1, 1, -4)$ ed il piano π di equazione $x - y + z + 3 = 0$. Determinare quindi la retta r passante per P e per $Q = (4, 1, 0) \in \pi$. Infine, determinare la retta s per Q e perpendicolare a π .

Risposte:

Distanza: Retta r :

Retta s :

6. i) Determinare tutte le soluzioni complesse z della seguente equazione

$$\left(\frac{1}{i}z\right)^4 = \frac{(i+1)^2}{(i-1)^3}.$$

ii) Riportare sul piano complesso tali soluzioni. iii) Verificare se la seguente disuguaglianza è vera: $\left|\frac{2+i}{(i+1)^2} + \frac{2-i}{i-1}\right| > \frac{1}{2}$.

Risposte:

Soluzioni:

Disuguaglianza:

Grafico:

Prova scritta di Istituzioni di Matematica I - 13 Febbraio 2018
Corso di Laurea in Scienze Ambientali - Ravenna
Domande di Teoria

NOME:

COGNOME:

N.MATR.:

1. Sia $f : A \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = |x - 1|$. Quale di queste informazioni è corretta?
 - La funzione f è derivabile su tutto il suo dominio.
 - La funzione f è continua su tutto il suo dominio.
 - La funzione f ha un punto di discontinuità in $x = 1$.

2. Sia $A = \{x \in \mathbb{R}, 0 < x \leq 3\}$. Allora
 - A ha minimo
 - A non è inferiormente limitato
 - A è inferiormente limitato

3. Siano $u^T = [1, -1, 1]$, $v^T = [-2, 2, -1]$. Il loro prodotto vettoriale è dato da
 - $u \times v = [-1, -1, 0]^T$
 - $u \times v = 0$
 - $u \times v = 2$

4. Sia $r: \{P \in \mathbb{R}^3 : P = P_0 + tv, t \in \mathbb{R}\}$ con $P_0 = (0, -1, 1)$ e $\mathbf{v}^T = [3, -3, 6]$, e sia $\pi : x - y + 2z + 1 = 0$. Quale di queste affermazioni è vera?
 - r appartiene al piano π
 - r giace su un piano parallelo a π
 - r è ortogonale al piano π

5. È data la funzione $f(x) = x^2 / \cos(x)$. Allora la sua derivata è data da:
 - $f'(x) = 2x / \cos(x) + x^2 \sin(x) / \cos(x)^2$
 - $f'(x) = -2x / \sin(x)$
 - $f'(x) = 1 / \cos(x) + \tan(x)$