

Prova scritta di Istituzioni di Matematica I - 13 Dicembre 2005
Corso di Laurea in Scienze Ambientali - Ravenna

1. Calcolare, se esiste, il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x t \sin t \, dt}{x^3}$$

2. Dopo aver determinato il dominio della funzione

$$f(x) = \sqrt{4x^3 - x}$$

trovarne eventuali massimi e minimi relativi ed assoluti.

3. Studiare la convergenza del seguente integrale generalizzato

$$\int_0^{\pi/4} \frac{x}{x - \sin x} \, dx$$

(Suggerimento: mostrare prima che la funzione integranda è un $O(\frac{1}{x^2})$)

4. Determinare tutte le possibili soluzioni del sistema lineare

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 4 \\ -2 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

5. Nella seguente tabella sono riportati la quantità di magnesio (variabile x) in alcuni campioni di acqua, e il corrispondente indice di “gusto” (al sapore)

x	1.68	1.74	1.85	1.92	1.99	1.82	1.69	1.60	1.52
y	.33	.41	.57	.65	.77	.57	.35	.18	.14

Determinare l'equazione della retta che approssima meglio l'andamento del campione. Determinare quindi il coefficiente di correlazione r e commentare.

Infine, stimare l'indice di gusto per una quantità di magnesio $x = 2.1$.

6. Dato il piano $\pi : x + 3y - z = 2$, determinare l'equazione della retta s perpendicolare a π e passante per $P = (1, -1, 0)$. Dopo aver verificato che il punto $Q = (0, 1, 1)$ appartiene a π , determinare la distanza di Q da s .