

Prova scritta di Istituzioni di Matematica I - 14 Settembre 2012
Corso di Laurea in Scienze Ambientali - Ravenna

1. Dopo aver determinato il dominio A della funzione

$$f : A \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = \ln \left(\frac{x-1}{1+x^2} \right),$$

trovarne eventuali massimi e minimi relativi ed assoluti.

2. Calcolare, se esiste, il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x \frac{t}{1-\sin^2 t} dt}{\tan^2 x}$$

3. Calcolare, se esiste, il seguente integrale:

$$\int_{-2}^0 \frac{|x+1|}{x^2-6} dx$$

4. Determinare tutte le possibili soluzioni del sistema lineare

$$\begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & -2 \\ -1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

5. Determinare la retta r passante per $P = (0, 1, 3)$ ed ortogonale al piano π di equazione $2x + y + z = -3$. Determinare quindi la distanza di $Q = (1, -1, 1)$ dalla retta r e dal piano π .

6. i) Determinare tutte le soluzioni complesse z della seguente equazione

$$(z-i)^4 = \frac{(i-1)^3}{1+i}.$$

- ii) Riportare sul piano complesso tali soluzioni. iii) Verificare se la seguente disuguaglianza è vera: $|i - (2+i)^2| > 4$.