

**Prova scritta di Istituzioni di Matematica I - 17 Gennaio 2011**  
**Corso di Laurea in Scienze Ambientali - Ravenna**

1. Dopo aver determinato il dominio  $A$  della funzione

$$f : A \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = \frac{e^x}{x-1},$$

trovarne eventuali massimi e minimi relativi ed assoluti. Studiarne quindi la convessità.

2. Calcolare, se esiste, il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{xe^x - \ln(1+x)}{\sin x}$$

3. Calcolare il seguente integrale:

$$\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \left| \frac{x}{1-x^2} \right| dx$$

4. Determinare autovalori e autospazi della matrice

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 3 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \end{bmatrix}.$$

5. Sia  $r$  la retta passante per  $P = (1, 0, 3)$  e parallela al vettore  $\mathbf{v} = (1, -1, 2)$ . Sia  $\pi$  il piano passante per  $Q = (1, 3, 1)$  e perpendicolare ad  $r$ . Dopo aver determinato  $r$  e  $\pi$ , trovare il loro punto di intersezione. Trovare infine il piano parallelo a  $\pi$  passante per il punto  $S = (1, 1, 1)$ .

6. i) Determinare tutte le soluzioni complesse  $z$  della seguente equazione

$$\left( \frac{z}{i} \right)^3 = \frac{i+1}{i-1}.$$

- ii) Riportare sul piano complesso tali soluzioni. iii) Verificare se la seguente disuguaglianza è vera:  $|1 + \frac{1}{2}i| > \frac{1}{2}$