Prova scritta di Istituzioni di Matematica I
17 Gennaio 2018
Corso di Laurea in Scienze Ambientali - Ravenna

NOME: COGNOME: N.MATR.:

1. Dopo aver determinato il dominio A della funzione $f : A \to \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{\sqrt{1-x^2}}{1+x^2}$, trovarne eventuali massimi e minimi relativi ed assoluti.

   Risposte:

   Dominio: ....

   Derivata:....

   Eventuali punti di massimo e minimo relativo: ....

   Eventuali punti di massimo e minimo assoluto: ....

2. Calcolare, se esiste, il seguente limite: $\lim_{x\to 1^-} \dfrac{1-x}{1-\sin(\frac{\pi}{2}x)}$.

   Risposta: ....

3. Calcolare, se esiste, il seguente integrale: $\displaystyle\int_1^3 \left| \frac{x-2}{1+x^2} \right| \mathrm{d}x$

   Risposta: ....

4. Dato il sistema omogeneo

$$\begin{pmatrix} \alpha & 2 & -1 \\ 1 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

   determinare α in modo che il sistema ammetta soluzioni oltre a quella banale. Per tale valore di α determinare quindi tutte le soluzioni mediante il metodo di eliminazione di Gauss.

   Risposte:

   Valore di α: ....

   Forma ridotta al termine delle trasformazioni di Gauss: ....

   Soluzioni del sistema: ....

5. Determinare la distanza tra $P = (1, 1, -4)$ ed il piano π di equazione $x - y + 1 = 0$. Determinare quindi la retta r passante per P e per $Q = (2, -3, 1) \in \pi$. Infine, determinare la retta s per Q e perpendicolare a π.

   Risposte:

   Distanza: .... Retta r: ....

   Retta s: ....

6. i) Determinare tutte le soluzioni complesse z della seguente equazione

$$\left(\frac{1}{i}z\right)^3 = \frac{(i-1)^2}{(i+1)^3}.$$

   ii) Riportare sul piano complesso tali soluzioni. iii) Verificare se la seguente disuguaglianza è vera: $\left|\frac{1}{(i+1)^2} + \frac{2-i}{3+i}\right| > \sqrt{2}$.

   Risposte:

   Soluzioni: ....

   Disuguaglianza: ....

   Grafico: ....

Prova scritta di Istituzioni di Matematica I - 17 Gennaio 2018
Corso di Laurea in Scienze Ambientali - Ravenna
Domande di Teoria

NOME: COGNOME: N.MATR.:

1. Sia $f : A \to \mathbb{R}$, $f(x) = e^{\frac{1}{x}}$ e $A = \mathbb{R}^+ = \{x \in \mathbb{R}, x > 0\}$. La funzione f è continua in A perchè:

   ☐ Perchè f è derivabile per ogni $x \in \mathbb{R}$

   ☐ Perchè f è composizione di due funzioni continue

   ☐ Perchè f è definita su tutto A

2. Sia A un insieme ordinato, e supponiamo che esista m, un suo maggiorante. Allora

   ☐ A è inferiormente limitato

   ☐ A non è limitato

   ☐ A è superiormente limitato

3. Siano $I \in \mathbb{R}^{n\times n}$ la matrice identità. Allora

   ☐ $\det(I) = 1$

   ☐ $\det(I) = 0$

   ☐ $\det(I) = n$

4. Siano r_1: $\{P \in \mathbb{R}^3 \,:\, P = P_0 + t\mathbf{v},\, t \in \mathbb{R}\}$ e r_2: $\{P \in \mathbb{R}^3 \,:\, P = Q_0 + t\mathbf{w},\, t \in \mathbb{R}\}$ due rette di $\mathbb{R}^3$. Quale di queste affermazioni è vera?

   ☐ r_1 e r_2 sono ortogonali se $\langle \mathbf{v}, \mathbf{w} \rangle = 0$

   ☐ r_1 e r_2 sono ortogonali se e solo se $\mathbf{v} \times \mathbf{w} = 0$

   ☐ r_1 e r_2 sono parallele se $\langle \mathbf{v}, \mathbf{w} \rangle = 0$

   (qui $\langle \mathbf{v}, \mathbf{w} \rangle$ è il prodotto scalare, e $\mathbf{v} \times \mathbf{w}$ è il prodotto vettoriale)

5. È data la funzione $f(x) = \cos(x)\sin^2(x)$. Allora la sua derivata è data da:

   ☐ $f'(x) = \cos^2(x) - \sin^2(x)$

   ☐ $f'(x) = -\sin(x) + 2\cos(x)$

   ☐ $f'(x) = -\sin^3(x) + 2\sin(x)\cos^2(x)$