

Prova scritta di Istituzioni di Matematica I - 20 Marzo 2006
Corso di Laurea in Scienze Ambientali - Ravenna

1. Calcolare, se esiste, il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{1 - 2x^2}}{3x^2}.$$

2. Dopo aver determinato il dominio della funzione

$$f(x) = \exp\left(\frac{x^2 + 1}{x^2 - 1}\right),$$

trovarne eventuali massimi e minimi relativi ed assoluti.

3. Calcolare il seguente integrale

$$\int_{-\frac{\pi}{8}}^{\frac{\pi}{8}} (\cos 2x)^2 \operatorname{tg}(x + |x|) \, dx$$

4. Determinare per quali valori di $\alpha \in \mathbb{R}$ il seguente sistema lineare omogeneo ammette soluzioni oltre a quella banale,

$$\begin{pmatrix} \alpha & 1 & \alpha \\ -2 & 0 & 1 \\ 0 & 4 & 2 \end{pmatrix} \mathbf{x} = \mathbf{0}.$$

Determinare quindi tali soluzioni.

5. Semi di soia sono stati seminati su uno stesso terriccio. Ad intervalli di una settimana è stata determinata l'altezza delle varie piante. I valori medi di altezza osservati sono i seguenti

giorni di germinazione	7	14	21	28	35
altezza media (in cm.)	5	17	24	28	41

Determinare l'equazione della retta di regressione relativa al campione. Riportare la retta su un diagramma di dispersione dei dati. Determinare quindi il coefficiente di correlazione r e commentare.

Infine, stimare l'altezza media delle piante dopo 42 giorni dalla semina.

6. Determinare tutte le soluzioni della seguente equazione complessa

$$(z + i)^3 = \frac{1}{(1 - i)^2}$$