

**Prova scritta di Istituzioni di Matematica I - 20 Giugno 2011**  
**Corso di Laurea in Scienze Ambientali - Ravenna**

1. Dopo aver determinato il dominio  $A$  della funzione

$$f : A \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = \sqrt{x^2 - 6x + 2},$$

trovarne eventuali massimi e minimi relativi ed assoluti. Studiarne quindi la convessità.

2. Calcolare, se esiste, il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\int_1^x \frac{t-1}{t} dt}{\sin(x^2 - 1)}$$

3. Calcolare il seguente integrale:

$$\int_2^3 x^2 \ln(x - 1) dx$$

4. Dato il sistema omogeneo

$$\begin{pmatrix} \alpha & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \\ 3 & -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

determinare  $\alpha$  in modo che il sistema ammetta soluzioni oltre a quella banale. Per tale valore di  $\alpha$  determinare quindi tutte le soluzioni.

5. Determinare la retta  $r$  passante per  $P = (2, -1, 3)$  ed ortogonale al piano  $\pi$  di equazione  $x + y - z = 2$ . Determinare le coordinate di  $H = r \cap \pi$ , e la distanza tra  $P$  ed  $H$ .

6. i) Determinare tutte le soluzioni complesse  $z$  della seguente equazione

$$z^5 = \frac{(i-1)^3}{(i+1)^2}.$$

ii) Riportare sul piano complesso tali soluzioni. iii) Verificare se la seguente disuguaglianza è vera:  $|1 - 2i| < 3$