

Prova scritta di Istituzioni di Matematica I - 27 Novembre 2012
Corso di Laurea in Scienze Ambientali - Ravenna

1. Dopo aver determinato il dominio A della funzione

$$f : A \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = x\sqrt{1-x^2},$$

trovarne eventuali massimi e minimi relativi ed assoluti. Studiarne la convessità.

2. Calcolare, se esiste, il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctan(x)}{\sin(2x)}$$

3. Calcolare, se esiste, il seguente integrale:

$$\int_{-2}^0 \frac{|x+1|}{x^2+1} dx$$

4. Determinare tutte le possibili soluzioni del sistema lineare

$$\begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & -2 \\ -1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

5. Determinare la retta r passante per $P = (0, 1, 3)$ e $Q = (-1, 2, 1)$, ed il piano π per Q ed ortogonale ad r . Infine, determinare la distanza di $A = (1, 1, 1)$ da r .

6. i) Determinare tutte le soluzioni complesse z della seguente equazione

$$(z-i)^3 = \frac{(i-1)^3}{1+i}.$$

ii) Riportare sul piano complesso tali soluzioni. iii) Verificare se la seguente disuguaglianza è vera: $|-i + (i-1)^3| < 2$.