Prova in itinere di Istituzioni di Matematica I - 2 Novembre 2016
Corso di Laurea in Scienze Ambientali - Ravenna

Il voto della prova in itinere vale 1/3 del voto complessivo, ma sarà contatato solo se aumenta il voto della prova scritta finale [1]

NOME:........................... COGNOME:... N.MATR.:.................

Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false *(Ogni risposta vale 1 punto)*

1. La funzione $f(x) = \sin(x)$ è periodica di periodo π.

   ☐ VERO ☐ FALSO

2. Una funzione $f : A \to \mathbb{R}$ è invertibile se e solo se è iniettiva in A

   ☐ VERO ☐ FALSO

3. L'intervallo $I =]-\infty, 0]$ non ha nè massimo nè minimo.

   ☐ VERO ☐ FALSO

4. I vettori $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ $\mathbf{y} = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ sono ortogonali tra loro.

   ☐ VERO ☐ FALSO

5. Un intorno di x_0 di raggio δ è l'insieme dei punti $x \in \mathbb{R}$ tali che $|x - x_0| < \delta$.

   ☐ VERO ☐ FALSO

Scegliere l'affermazione corretta *(Ogni risposta vale 1.5 punti)*

1. È data la funzione $f(x) = \cos(x)$. Quale di queste affermazioni è corretta?

   ☐ f è iniettiva nell'intervallo $[0, \pi]$
   ☐ f è iniettiva nell'intervallo $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$
   ☐ f non è iniettiva su alcun intervallo

[1] Esempio: Voto Itin=30, Voto Prova= 20. Media: 30/3+20*2/3 = 23.33. **Voto Proposto = 23**. Voto Itin=20, Voto Prova= 30. Media: 20/3+30*2/3 = 26.66. **Voto Proposto = 30**.

2. Per quali valori di $x \in \mathbb{R}$ vale $|x-1| \leq 1$?

☐ $x \in]-1, 1[$
☐ $x \in [0, 2]$
☐ $x \in [-1, 1]$

3. Sono dati i vettori $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ $\mathbf{y} = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}$ ed il loro prodotto scalare $\langle \mathbf{x}, \mathbf{y} \rangle$. Allora

☐ $\langle \mathbf{x}, \mathbf{y} \rangle = 0$
☐ $\langle \mathbf{x}, \mathbf{y} \rangle = 1$
☐ $\langle \mathbf{x}, \mathbf{y} \rangle = -4$

4. Sono dati gli insiemi $A = \{x \in \mathbb{R}, x > 1\}$ e $B = \{x \in \mathbb{R}, 0 \leq x \leq 2\}$. Allora

☐ $A \cap B =]1, 2]$
☐ $A \cap B = \emptyset$
☐ $A \cap B = \{2\}$

5. Sia $f : A \to \mathbb{R}$, $f(x) = \ln(x + x^2)$. Allora il dominio A è:

☐ $A = \{x \in \mathbb{R}, x > 0\}$
☐ $A = [-1, 0]$
☐ $A = \{x \in \mathbb{R}, x < -1\} \cup \{x \in \mathbb{R}, x > 0\}$

6. Sono dati i vettori $\mathbf{u}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ $\mathbf{u}_2 = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$ e $\mathbf{u} = \begin{bmatrix} -3 \\ 3 \end{bmatrix}$. Allora $\mathbf{u} = \lambda_1 \mathbf{u}_1 + \lambda_2 \mathbf{u}_2$ con

☐ $\lambda_1 = -1$ e $\lambda_2 = 1$
☐ $\lambda_1 = 1$ e $\lambda_2 = -2$
☐ $\lambda_1 = 2$ e $\lambda_2 = 1$

7. È dato l'insieme $A = \{x \in \mathbb{R}, 0 < x < 1\} \cup \{x \in \mathbb{R}, x > 1\}$. Allora,

☐ A non ammette nè estremo superiore nè estremo inferiore
☐ A ammette estremo inferiore
☐ A ammette estremo superiore

8. Sono dati i vettori $\mathbf{u} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}, \mathbf{v} = \begin{bmatrix} 3 \\ -3 \\ 6 \end{bmatrix}, \mathbf{w} = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ -2 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^3$. Allora

☐ I tre vettori sono linearmente indipendenti
☐ I tre vettori sono ortogonali tra loro
☐ I tre vettori sono multipli dello stesso vettore

9. Sia $z \in \mathbb{C}$. L'uguaglianza $|\frac{z-i}{2+i}| = \frac{1}{2}$ è verificata per

☐ $z = \frac{1}{2}$
☐ $z = i$
☐ $z = i - 1$

10. Sono dati i vettori $\mathbf{u} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}, \mathbf{v} = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^3$ ed il prodotto vettoriale $\mathbf{u} \times \mathbf{v}$. Allora

☐ $\mathbf{u} \times \mathbf{v} = \begin{bmatrix} -1 \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix}$

☐ $\mathbf{u} \times \mathbf{v} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$

☐ $\mathbf{u} \times \mathbf{v} = \begin{bmatrix} -1 \\ -3 \\ 2 \end{bmatrix}$

11. Siano $f(x) = x^2 + 2$ e $g(x) = \frac{1}{\sqrt{1+x}}$. La funzione composta $(g \circ f)(x)$ è definita da:

☐ $g(f(x)) = \frac{1}{x}$

☐ $g(f(x)) = \frac{1}{\sqrt{x^2+3}}$

☐ $g(f(x)) = \frac{1}{x+1} + 2$

12. Sono dati $\mathbf{u}, \mathbf{v} \in \mathbb{R}^3$ ed il prodotto scalare $\langle \mathbf{u}, \mathbf{v} \rangle$. Allora

☐ $\langle \mathbf{u}, \mathbf{v} \rangle = 0$ se e solo se $\mathbf{u}$ e $\mathbf{v}$ sono uno multiplo dell'altro

☐ $\langle \mathbf{u}, \mathbf{v} \rangle = 0$ se e solo se $\mathbf{u}$ e $\mathbf{v}$ sono ortogonali

☐ $\langle \mathbf{u}, \mathbf{v} \rangle = 0$ se e solo se $\mathbf{u}$ e $\mathbf{v}$ sono entrambi il vettore zero

13. È dato il numero complesso $z = e^{i\frac{5}{4}\pi}$. A quale punto in $\mathbb{C}$ corrisponde?

☐ $z = \frac{1}{\sqrt{2}}(-1, 1)$

☐ $z = \frac{1}{\sqrt{2}}(-1, -1)$

☐ $z = \frac{1}{\sqrt{2}}(1, 1)$

14. Sia $f : A \to \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{1 - x^2}$. Il dominio A è:

☐ $A = [-1, 1]$

☐ $A =]-1, 1[$

☐ $A = \{x \in \mathbb{R}, x < -1\} \cup \{x \in \mathbb{R}, x > 1\}$

15. Sia $A = \{x \in \mathbb{R}, -2 < x \leq 2\}$. Quale di queste affermazioni è corretta?

☐ L'insieme A non ha massimo

☐ L'insieme A non ha minimo

☐ L'insieme A non è limitato

16. A quale rappresentazione esponenziale corrisponde $z = -\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} i \in \mathbb{C}$?

☐ $z = e^{i\frac{5}{4}\pi}$

☐ $z = e^{i\frac{3}{4}\pi}$

☐ $z = e^{i\frac{1}{4}\pi}$

17. Siano $A = [0, 1)$ e $B = \{x \in \mathbb{R},\ x^2 - 1 > 0\}$. Quale di queste affermazioni è vera?

    ☐ $A \cap B = A$
    ☐ $A \cap B = \emptyset$
    ☐ $A \cap B = \{1\}$

18. Siano $A = \{x \in \mathbb{R}, x > 1\}$ e $B =]1, 3[$ e la loro differenza $A \setminus B$. Allora

    ☐ $A \setminus B = \{x \in \mathbb{R}, x \geq 3\}$
    ☐ $A \setminus B = [4, \infty[$
    ☐ $A \setminus B =]1, \infty[$

19. Sia $f(x) = \tan(x)$, la funzione tangente. Allora f è invertibile per $x \in I$ con:

    ☐ $I = [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$
    ☐ $I = (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$
    ☐ $I = (0, \pi)$

20. Sia r la retta passante per $P_0 = (1, -1, 1)$ e nella direzione di $\mathbf{v} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -2 \end{bmatrix}$. Le equazioni parametriche scalari sono

    ☐ $x = 1, y = -1 + t, z = 1 - 2t,\ t \in \mathbb{R}$
    ☐ $x = t, y = 1 + t, z = t,\ t \in \mathbb{R}$
    ☐ $x = 0, y = 1 - t, z = -2 + t,\ t \in \mathbb{R}$